



Kokeessa saa vastata enintään kymmeneen tehtävään.

1. a) Ratkaise yhtälö  $4x + (5x - 4) = 12 + 3x$ .

b) Sievennä lauseke  $x^2 + x - (x^2 - x)$  ja laske sen arvo, kun  $x = \frac{1}{2}$ .

c) Ratkaise yhtälöpari

$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x - 3y = 1. \end{cases}$$

2. a) Suorakulmaisen kolmion toisen kateetin pituus on 2 ja hypotenuusan pituus 5. Laske kolmion terävien kulmien suuruudet asteen tarkkuudella.

b) Sievennä lauseke  $(\sqrt{x} - 1)^2 + 2\sqrt{x}$ .

c) Laske  $|x - y|$ , kun  $x = 2$  ja  $y = 5$ .

3. a) Määritä sellainen vakio  $a$ , että  $x = 2$  toteuttaa yhtälön  $x^2 - 4ax + 4a^2 = 0$ .

b) Positiivinen luku  $a$  kasvaa 20% ja pienenee tämän jälkeen 17%. Onko tulos suurempi vai pienempi kuin alkuperäinen luku  $a$ ? Kuinka monta prosenttia alkuperäisestä luvusta muutos on?

4. Muinaiset egyptiläiset laskivat ympyrän pinta-alan sellaisen neliön alana, jonka sivun pituus on  $\frac{8}{9}$  ympyrän halkaisijasta.

a) Laske tällä säännöllä ympyrän ala, kun sen halkaisija on 5.

b) Onko edellä saatu ala liian suuri vai liian pieni? Kuinka suuri virhe on prosentteina? Anna vastaus prosentin kymmenesosan tarkkuudella.

5. Alla on taulukoituina erään funktion arvot  $0,1:n$  välein välillä  $[-1,1]$ . Hahmottele funktion kuvaaja ja määritä sen avulla likimääräisesti funktion derivaatta kohdassa  $x = 0$ .

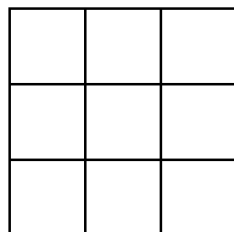
$x$	$f(x)$	$x$	$f(x)$	$x$	$f(x)$	$x$	$f(x)$
-1,0	0,00	-0,5	5,64	0,1	10,51	0,6	11,19
-0,9	1,05	-0,4	6,72	0,2	10,89	0,7	11,01
-0,8	2,18	-0,3	7,70	0,3	11,14	0,8	10,74
-0,7	3,34	-0,2	8,59	0,4	11,27	0,9	10,40
-0,6	4,51	-0,1	9,36	0,5	11,28	1,0	10,00
		0,0	10,00				

6. A4-kokoisen kartan mittakaava on 1:20 000. Kartta pienennetään kopiokoneella A5-kokoiseksi, jolloin sen pinta-ala pienenee puoleen, mutta muoto säilyy. Mikä on pienennetyn kartan mittakaava?
7. Eräessä kokeessa annettiin suoritusten arvosanoiksi 0, 1, 2, 3, 4, 5 tai 6. Näiden prosenttiosuudet olivat seuraavat:

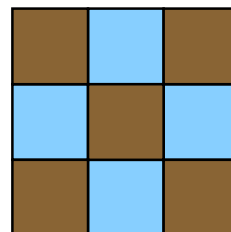
arvosana	0	1	2	3	4	5	6
osuus	5,80	10,99	17,54	24,78	19,95	15,48	5,46

Laske kokeen keskiarvo ja keskihajonta.

8. Alla olevan kuvion 1 kukin ruutu väritetään satunnaisesti ja toisista riippumatta joko ruskeaksi tai siniseksi.
- a) Millä todennäköisyydellä saadaan kuvion 2 shakkilautakuvio?
- b) Millä todennäköisyydellä mikään vaakarivi ei ole yksivärinen?

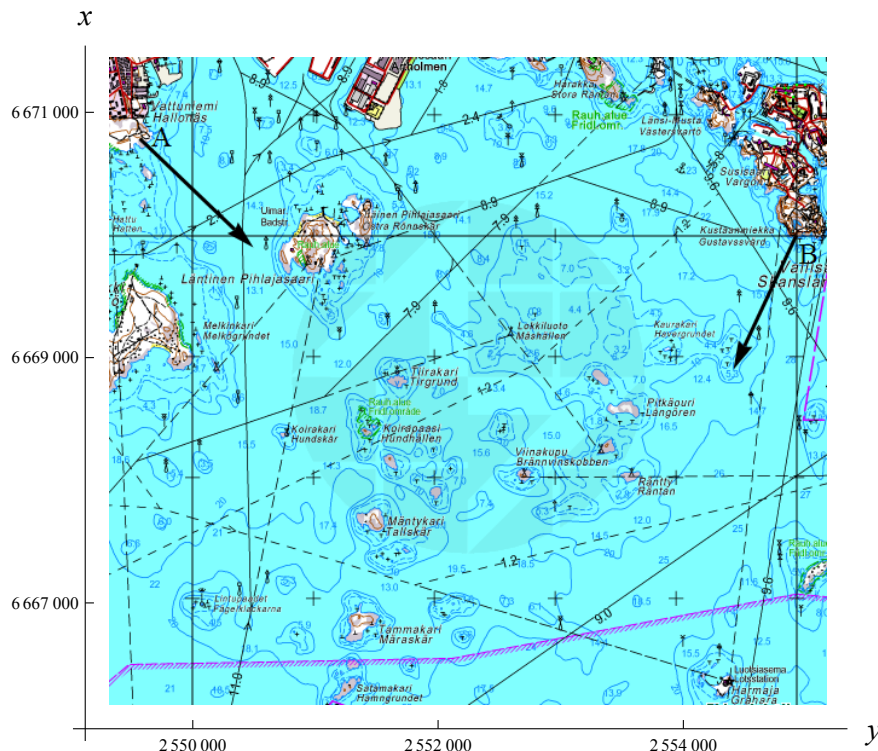


Kuvio 1



Kuvio 2

9. Olkoon  $f(x) = -x^3 + x + 2$  ja  $g(x) = x^3 - x - 2$ . Millä muuttujan  $x$  arvoilla on  $f'(x) > g'(x)$ ?
10. Suorakulmion yhtenä sivuna on  $x$ -akselin väli  $[-a, a]$ , missä  $0 < a < 2$ . Suorakulmion kaksi kärkeä ovat paraabelilla  $y = 4 - x^2$ . Millä luvun  $a$  arvolla suorakulmion pinta-ala on suurin?
11. Radioaktiivisen näytteen aktiivisuudeksi mitattiin 25,0 kBq ja viisi vuorokautta myöhemmin 16,2 kBq. Laske puoliintumisaika ja näytteen aktiivisuus kymmenen vuorokautta ennen ensimmäistä mittausta. Radioaktiivisuus vähenee eksponentiaalisesti, ja puoliintumisaika on aika, jonka kuluessa aktiivisuus vähenee puoleen.
12. Havaintopisteestä A nähtiin trombi merellä suunnassa  $133,8^\circ$  ja havaintopisteestä B sama trombi suunnassa  $205,0^\circ$ . Suunnat on ilmoitettu pohjoissuunnasta lähtien myötäpäivään. Pisteiden A ja B koordinaatit ovat (6 670 801, 2 549 572) ja (6 670 015, 2 554 955) koordinaatistossa, jonka  $x$ -akseli suuntautuu pohjoiseen ja  $y$ -akseli itään ja jonka yksikönä on metri. Laske trombin sijainnin koordinaatit.



13. Aritmeettisen jonon ensimmäinen termi on 10 ja toinen termi 12. Geometrisen jonon ensimmäinen termi on 2 ja suhdeluku  $q = \frac{21}{20}$ . Monennestako termistä lähtien geometrisen jonon termi on suurempi kuin vastaava aritmeettisen jonon termi? Muodosta tarvittava epäyhtälö ja etsi sille ratkaisu kokeilemalla.
14. a) Säätiöllä on 1,8 miljoonan euron pääoma, jonka vuosittainen tuotto on 5,4 prosenttia. Eräänä vuonna säätiö on päättänyt siirtää tuotosta 30 prosenttia pääomaan ja jakaa lopusta tuotosta kaksi 21 000 euron suuruisia apurahaa opiskeluun ulkomailla sekä 14 yhtä suurta matka-apurahaa. Kuinka suurta matka-apurahat ovat?
- b) Kuinka suureksi säätiön 1,8 miljoonan euron pääoma kasvaa viidessä vuodessa, jos tuotto on jokaisena vuotena 5,4 prosenttia pääomasta ja vuosittain pääomaan siirretään 30 prosenttia tuotosta?
15. Laske avaruuden kulman  $\sphericalangle BAC$  suuruus asteen tarkkuudella, kun  $A = (1, 2, 3)$ ,  $B = (4, 5, 6)$  ja  $C = (9, 8, 7)$ .